

## Chapitre 6 - OA

# REPRÉSENTATIONS DES OBJETS ALLONGÉS

### Avertissement

Les dessins qui illustrent ce chapitre sont à considérer dans leur ensemble, car chacun présente un aspect du phénomène étudié, et c'est la totalité de ces dessins qui peut servir de base à la construction d'une représentation mentale pertinente.

Dans le texte, les indications de renvoi ne sont pas limitatives : elles sont placées aux endroits où le recours à un dessin donné est sans doute le plus utile. Ce sont la manipulation et la méditation de l'ensemble de ces dessins qui éclairent le texte.

Pour certains dessins, les commandes « pivotement » et « basculement », regroupées sous le titre « commandes de position », sont destinées à permettre une exploration complémentaire de la configuration de l'espace qui peut ainsi être étudiée sous différents angles.

On peut considérer que le pivotement se fait autour d'un axe vertical  $p$  et que le basculement se fait autour d'un axe horizontal de front  $b$ . Le basculement permet alors de se déplacer au-dessus de l'objet. Les axes  $p$  et  $b$  sont présentés sur le dessin OA\_04. Il est possible et parfois utile de commencer par une exploration.

- Dans le cas d'une animation automatique, il suffit de cliquer dans la figure pour arrêter l'animation ; un nouveau clic la relance.

- On peut aussi ramener, à la souris, le point curseur de l'animation dans sa position de départ.

- Il est également possible de manipuler les commandes sans interrompre l'animation. Les positions initiales des commandes de position sont parfois repérées par un trait en travers des supports de ces commandes.

- OA\_01** Assemblage de deux photos de Notre Dame de Paris
- OA\_02** Panorama vertical d'une façade
- OA\_03** De la prise de vue d'un objet à la restitution en situation de la photo : schéma évolutif
- OA\_04** Assemblage de trois photos ; image d'une droite verticale
- OA\_05** Panorama à cinq éléments
- OA\_06** Disposer une photographie à plat : deux procédés
- OA\_07** Champ et orientation de l'appareil photo
- OA\_08** Correspondance entre : graduations d'une demi-droite et graduations d'un quart de cercle
- OA\_09** Genèse des dessins de type F et de type I
- OA\_10** Représentation de segments de même longueur, disposés selon une graduation de la droite
- OA\_11** Représentation de segments de même longueur, disposés selon une graduation du cercle

OA\_01

## Assemblage de deux photos de Notre Dame de Paris

### *Schéma d'un assemblage variable*

Animation Aller Retour

### Description de la fenêtre à l'ouverture

La fenêtre présente à l'ouverture les schémas des photos de chacune des deux tours de Notre Dame, photos prises de deux points de vue différents.

### Déroulement de l'animation

Les deux photos se rapprochent pour un premier assemblage où seule la ligne inférieure est rectiligne, horizontale.

Puis les photos pivotent jusqu'à la coïncidence des deux points de fuite. On obtient un deuxième assemblage où **toutes les verticales convergent** mais où seule la ligne médiane est rectiligne, horizontale.

## OA\_02

### **Panorama vertical d'une façade** ***Schéma de l'assemblage de trois photos***

#### **Animation en boucle**

#### **Description de la fenêtre et déroulement de l'animation**

L'animation présente les prises de vue, la superposition et le découpage de trois photos de la façade d'une maison.

La fenêtre comporte cinq colonnes séparées par des lignes bleues dont la lecture est successive ou simultanée selon le cas :

- colonne 1 : élévation de la façade.

Chaque niveau est représenté par une fenêtre symbolisée par un rectangle et le bord du toit est indiqué par le trait rouge.

Le disque noir symbolise la sacoche d'où sort l'appareil pour la prise de vue

- colonne 2 : vue en coupe perpendiculaire à la façade montrant le pivotement de l'appareil pendant les prises de vue

- colonne 3 : viseur dans lequel défile l'image de la façade pendant la prise de vue

- colonne 4 : place pour les trois photos successives apparaissant au fur et à mesure des prises de vue

- colonne 5 : emplacement du panorama (superposition, découpage et assemblage des photos).

- L'appareil photo se met en place, le viseur s'ouvre et la première photo est prise.

- L'appareil pivote vers le haut et s'immobilise pour la deuxième photo ; même processus pour la troisième photo.

L'appareil photo réintègre alors sa sacoche pendant que les trois photos se superposent. Deux traits montrent le découpage des photos pour obtenir le raccordement des lignes verticales selon des lignes brisées. Les chutes disparaissent ; le changement de couleur indique ce qui reste de la photo centrale.

## OA\_03

### De la prise de vue d'un objet à la restitution en situation de la photo : *schéma évolutif*

#### Animation en boucle

#### Fenêtre à l'ouverture

La fenêtre présente un segment vertical, coupe de l'objet plat à photographier, et un petit cercle qui représentera successivement :

- le centre optique de l'appareil photo
- le centre optique de l'agrandisseur
- le centre de l'œil de l'observateur.

Le rectangle bleu situé dans la partie inférieure de la fenêtre sera utilisé pour la présentation des différentes étapes de l'animation.

#### Déroulement de l'animation

Première étape : **prise de vue**

La coupe d'un appareil photo apparaît et l'image de l'objet vient s'imprimer sur la pellicule.

Deuxième étape : **agrandissement**

La pellicule reste en place et l'appareil photo est remplacé par un agrandisseur qui transforme le négatif en une photo placée entre le centre optique et l'objet : photo **restituée en situation**.

Troisième étape : **validation**

L'observateur place son œil au centre optique pour constater la superposition de la photo et de l'objet.

## OA\_04

### Assemblage de trois photos ; image d'une droite verticale

*Cette fiche montre pourquoi dans l'animation OA\_02 les bords verticaux des fenêtres donnent des lignes brisées dans l'assemblage des photos.*

#### Deux groupes de commandes

#### Description de la fenêtre à l'ouverture

Le dessin représente en projection orthogonale trois surfaces rectangulaires de mêmes dimensions, mises « bout à bout » ; la surface rectangulaire 1 est verticale. Les perpendiculaires (dessinées en gris) à chacune des trois surfaces en leurs centres respectifs concourent au point PV ; ce point PV est à la même distance des plans des trois rectangles. Les trois surfaces rectangulaires sont tangentes à un cylindre dont l'axe (dessiné) passe par le point PV.

Une droite verticale – droite « trois couleurs » - située dans le plan de la surface rectangulaire 1 contient trois segments (rouge, bleu, jaune) qui se projettent sur chacune des surfaces rectangulaires dans une projection de centre PV (point de vue) : chaque segment et son projeté sont de la même couleur. Le segment rouge est confondu avec son projeté.

Notons que dans cette position initiale, pour un observateur placé en PV, les trois segments projetés paraissent portés par une même droite.

La droite b est une droite de front horizontale passant par O. La droite p est perpendiculaire en O à la droite b dans le plan du rectangle 1.

La droite « trois couleurs » est parallèle à la droite p.

#### Description des commandes

##### Commandes de configuration

La commande « **position de la droite** » permet de faire glisser la droite « trois couleurs » latéralement dans le plan du rectangle 1.

La commande « **redressement** » a pour effet de faire pivoter les rectangles 2 et 3 autour des côtés communs afin de les placer dans un même plan, celui du rectangle 1.

- Pendant le redressement, les segments bleu et jaune dessinés sur les rectangles 2 et 3 conservent leur position à l'intérieur de ces rectangles et cessent d'être des images par projection(s). C'est pourquoi tout ce qui montre l'origine de leur dessin disparaît.

- En position finale, les trois segments dessinés sur les rectangles sont coplanaires - dans le plan du rectangle 1 - et forment une ligne brisée.

##### Commandes de position

La commande « **pivotement autour de p** » fait tourner la figure autour de la droite p.

La commande « **basculement autour de b** » permet, en faisant tourner l'axe du cylindre et la droite « trois couleurs » autour de la droite b, de faire passer ces droites d'une position presque verticale à une position presque horizontale.

## OA\_05

### Panorama à cinq éléments

#### *Projection sur une surface prismatique et rabattement*

Animation en boucle

Deux commandes

#### Description de la fenêtre

A l'ouverture, le dessin représente cinq panneaux accolés formant un paravent ; Ils sont tangents à un cylindre de révolution dont l'axe, non dessiné, passe par le point O. Le point O est dans le plan contenant les côtés bas des cinq panneaux. Le plan du panneau central est matérialisé par le dessin d'un rectangle.

Le dessin est fait selon une projection orthogonale sur un plan de front.

#### Description des commandes

La commande « **pivotement** » fait tourner la figure autour de l'axe du cylindre.

La commande « **basculement** » permet de faire passer l'axe du cylindre d'une position presque verticale à une position presque horizontale.

#### Déroulement de l'animation

- **Dessin**

Sur le plan du panneau central va se dessiner une droite horizontale rouge.

Un balayage du dessin trace cette droite et construit simultanément les segments projetés sur les panneaux : chacun de ces segments est obtenu par une projection centrale dont le centre est toujours le point O, tandis que le plan de projection change avec le panneau.

- **Mise à plat**

Les panneaux, munis du dessin des segments obtenus, vont se mettre à plat dans le plan du panneau central.

- **Eclatement à partir du panneau central**

Les panneaux se séparent :

- le panneau central est fixe

- chacun des autres panneaux glisse jusqu'à ce que sa médiane verticale dans la position finale soit dans le plan déterminé par le centre de projection et sa médiane verticale dans la position « en paravent ».

## OA\_06

### Disposer une photographie à plat : deux procédés

Deux commandes de position

Trois commandes de configuration

#### Description de la fenêtre et des commandes

La fenêtre présente un schéma en projection orthogonale.

*Cette projection peut être modifiée à l'aide des commandes de position.*

#### Schéma à l'ouverture

- Un grand rectangle *bleu marine* (presque de front à l'ouverture) représente un plan P sur lequel sont dessinées deux droites parallèles, elles aussi en bleu marine ; l'une d'elles est une médiane du rectangle.

- Le cadre rectangulaire *en noir* d'une photo est tangent à un cylindre de révolution dont on voit un point O de l'axe et une génératrice *en vert*, située dans P. Ce cylindre est tangent au plan P ; la génératrice dessinée en vert est la génératrice de contact. Le point O de l'axe du cylindre se projette orthogonalement sur le plan P à l'intersection de la génératrice de contact et de la médiane tracée dans le rectangle.

- La partie du cylindre (*en vert*) à laquelle est tangent le cadre de la photo entre la position actuelle et la position de contact avec le plan P, est représentée par le dessin de trois arcs de cercle. *Voir plus bas « Conseils d'utilisation des commandes ».*

- Le trapèze, projeté du cadre noir sur le plan P à partir du point O, considéré comme l'œil du photographe, est dessiné *en brun*.

Le trapèze montre le champ couvert par la photo sur le plan P.

Les segments découpés par ce champ sur la médiane du rectangle du plan P et sur sa parallèle sont également dessinés *en brun*.

- Les projetés de ces segments sur la photo sont dessinés *en noir*.

**Pour lire le schéma, utiliser les différentes commandes de position et de configuration.**

#### Commandes de position

Commande « **pivotement** »

Le pivotement se fait autour de l'axe vertical du cône.

Commande « **basculement** »

Le basculement se fait autour d'un axe supposé horizontal de front.

#### Commandes de configuration

Les commandes de configuration permettent l'exploration des dispositions correspondant aux deux procédés de mise à plat.

**La première commande** modifie la direction de visée choisie pour prendre la photo. Cette direction peut varier de la position initiale extrême à la position perpendiculaire au plan de front.

**La deuxième commande** déplace la photo depuis la position de prise de vue jusqu'à la position occupée (cadre bleu) dans le développement du cylindre.

**La troisième commande** déplace la photo depuis la position de prise de vue dans la direction de visée jusqu'à l'emplacement sur le plan de front (en rouge).

L'utilisation de chacune des deuxième et troisième commandes fait disparaître le champ sur le plan de front.

#### Conseils d'utilisation des commandes

**Il est possible d'utiliser les commandes de position pour obtenir des représentations variées de la figure de l'espace, en même temps qu'on manipule les commandes de configuration, comme il est conseillé ci-après.**

1. Laisser la *première* commande dans la position d'ouverture.

Laisser la *troisième* commande dans la position initiale à gauche.

**Manipuler la deuxième commande** de manière à obtenir la mise en place de la disposition « à plat » dans le cas des photos raccordées.

2. Laisser la *première* commande dans la position d'ouverture.

Remettre la *deuxième* commande dans la position initiale à gauche.

**Manipuler la troisième commande** de manière à obtenir la mise en place de la disposition « à plat » dans la direction de la prise de vue.

**3. Fixer les deuxième et troisième commandes dans leurs positions** finales à droite (pour afficher simultanément les positions sur le plan de front attribuées à la photo par les deux procédés).

*Suggestion : penser à l'utilisation du basculement*

**Manipuler la première commande** de manière à faire varier la prise de vue et voir les conséquences sur les positions de la photo attribuées par les deux procédés.

Quand la *première* commande est à gauche, la photo est prise perpendiculairement au plan P et les deux procédés lui donnent la même position : les trois photos (noire tangente au cylindre, bleue placée par le premier procédé et rouge placée par le deuxième procédé) sont alors confondues.

## **OA\_07**

### **Champ et orientation de l'appareil photo**

#### ***Influence sur la prise de vue***

#### **Animation en boucle**

#### **Description de la fenêtre**

Dessin en trois lignes :

- en haut, une graduation effective, régulière
- au milieu, ce qui est visé par l'appareil photo
- en bas, l'orientation de l'appareil photo.

#### **Déroulement de l'animation**

- **Première étape : champ étroit et appareil tournant**

L'appareil photo balaie la graduation, avec un champ très étroit, de la gauche vers la droite, puis revient au centre.

- **Deuxième étape : appareil fixe et élargissement du champ**

L'appareil photo s'immobilise face à la graduation. Le champ s'élargit.



## OA\_08

### **Correspondance entre : graduation régulière d'une demi-droite et graduation régulière d'un quart de cercle**

*Une graduation régulière d'une demi-droite correspond à des écarts de longueurs égaux. Une graduation régulière d'un quart de cercle correspond à des écarts d'angles égaux.*

#### **Une commande**

#### **Description de la fenêtre et utilisation de la commande**

- **Présentation dans le plan (première ligne)**

Une correspondance entre les points du quart de cercle rouge et les points de la demi-droite bleue est mise en évidence à l'aide de la commande.

Cette commande permet de repérer la mise en correspondance de la graduation régulière « écarts de longueurs » de la demi-droite bleue et de la graduation régulière « écarts d'angles » du quart de cercle rouge.

On peut faire apparaître quatre positions particulières :  $5^\circ/1$  -  $35^\circ/8$  -  $60^\circ/19,8$  -  $70^\circ/31,3$ .

- **Présentation sur une demi-droite (deuxième ligne)**

La demi-droite est munie de deux graduations : la graduation bleue « écarts de longueurs » régulière et une graduation rouge « écarts d'angles » ; cette graduation rouge non régulière provient de la graduation régulière du quart de cercle - en utilisant la correspondance de la première ligne.

Les écarts de longueurs sont réguliers, les écarts d'angles s'agrandissent vers la droite.

- **Présentation sur un quart de cercle « remis à plat » (troisième ligne)**

Le quart de cercle « remis à plat » est muni de deux graduations : la graduation rouge régulière « écarts d'angles » et une graduation bleue non régulière « écarts de longueurs » provenant de la graduation régulière de la demi-droite - en utilisant la correspondance de la première ligne.

Les écarts d'angles sont réguliers, les écarts de longueurs diminuent vers la droite.

Cette fiche OA\_08 illustre des propriétés utilisées dans les fiches OA\_10 et OA\_11.

## OA\_09

### Genèse des dessins de type F et de type I

#### Animation en boucle

#### Deux commandes

#### Description de la fenêtre

Le dessin représente un demi-cylindre et une demi-bande du plan tangent à ce demi-cylindre le long de la génératrice médiane. Cette demi-bande est limitée par deux tangentes aux demi-cercles de base du demi-cylindre ; le point O est le centre du demi-cercle inférieur.

Le dessin est fait selon une projection orthogonale sur un plan de front.

#### Description des commandes

Les commandes de position « pivotement » et « basculement » sont destinées à permettre une exploration complémentaire de la configuration de l'espace qui peut ainsi être étudiée sous différents angles.

- La commande « **pivotement** » fait tourner la figure autour de l'axe du cylindre.

- La commande « **basculement** » permet de faire passer l'axe du cylindre d'une position presque verticale à une position presque horizontale.

Afin de mieux comprendre la configuration représentée, il est conseillé d'interrompre l'animation pour manipuler les commandes (clic à l'intérieur du dessin).

#### Déroulement de l'animation

L'animation montre la fabrication d'une courbe de type F, puis celle de la courbe correspondante de type I ; ces courbes permettent de reconnaître les dessins de type F et les dessins de type I (cf. chapitre 6-OA, §2 Activité, Etape 3 Le mur de briques).

##### 1. Courbe de type F

Une demi-droite verte  $d$  parallèle aux tangentes aux demi-cercles de base se dessine à l'intérieur de la demi-bande.

• Un point parcourt cette demi-droite  $d$  ; il est accompagné de son image  $K$  par la projection de centre  $O$  sur le demi-cylindre. Le point redessine en vert la demi-droite  $d$  initiale, et son projeté  $K$  décrit en rouge une courbe sur le cylindre - quart d'ellipse dessiné sur un feuillet porté par le cylindre. Ce mouvement illustre la manipulation « par raccordement » sur les photos du mur de briques.

• Le feuillet se détache ensuite du cylindre pour venir se plaquer sur le plan tangent. Ce mouvement illustre la manipulation « mise à plat » sur les photos du mur de briques.

**La courbe obtenue est de type F** (portion de "sinusoïde").

Il est possible d'arrêter l'animation à la fin du tracé pour utiliser les commandes de position.

##### 2. Courbe de type I

La demi-droite  $d$  réapparaît. Comme précédemment, un point décrit cette demi-droite  $d$  et ce point est accompagné de son image  $K$  par la projection de centre  $O$  sur le cylindre.

Le point variable de la demi-droite  $d$  et son projeté orthogonal sur le bord inférieur de la demi-bande définissent un segment  $s$  bleu.

- L'image du segment  $s$  par la projection de centre  $O$  sur le cylindre est un segment - dessiné en bleu - dont  $K$  est une extrémité.

- Puis, dans la projection orthogonale sur  $s$ ,  $K$  a pour image  $J$  et le segment bleu sur le cylindre a pour projeté un segment, partie de  $s$ , dont une extrémité est  $J$ .

La distance du point  $J$  au bord inférieur de la demi-bande est égale à la distance du point  $K$  au bord inférieur du demi-cylindre.

Ainsi, par ces deux transformations successives, le segment  $s$  a pour image un segment plus petit, et de même « pied » sur la demi-bande.

- Le point  $J$  de la bande engendre une courbe dessinée en bleu.

**La courbe obtenue est de type I.**

Les traverses régulièrement espacées de la voie ferrée, considérées comme autant de segments  $s$ , ont pour images par la double transformation définie ci-dessus des segments régulièrement espacés.

## OA\_10

# Représentation de segments de même longueur, disposés selon une graduation de la droite

## 10a Schéma dans l'espace

### Description de la fenêtre et des commandes

#### Schéma à l'ouverture

Le schéma de l'espace en projection parallèle montre deux plans verticaux, une portion de cylindre et un point O : les différents éléments du schéma sont décrits ci-dessous.

- Le plan frontal gris, repéré par sa trace sur le plan horizontal passant par O, contient les segments verticaux régulièrement espacés.
- Le point O est choisi comme centre de projection sur le cylindre.
- Le cylindre rouge, dont l'axe vertical passe par le point O, contient les projetés rouges des segments gris du plan frontal.
- Le plan vertical bleu est repéré par sa trace sur le plan horizontal passant par O.

L'un des segments gris du plan gris est épaissi pour montrer, à titre d'exemple, comment on obtient le segment bleu correspondant. Le segment bleu est porté par la droite d'intersection du plan bleu avec le plan projetant du segment gris (déterminé par ce segment et le point O) ; ce plan contient aussi le segment rouge et la hauteur du segment bleu est égale à celle du segment rouge.

#### Commande de configuration

La **commande de configuration** permet de faire varier l'orientation du plan bleu, sans modifier la longueur du rectangle qui est la longueur de l'arc rouge, trace du cylindre sur le plan horizontal.

Dans la position initiale, le rectangle bleu coupe la portion de cylindre selon deux génératrices non tracées. Dans la position finale, le plan bleu est parallèle au plan frontal gris.

#### Commandes de position

Commande « **pivotement** »

Le pivotement se fait autour de l'axe vertical du cône.

Commande « **basculement** »

Le basculement se fait autour d'un axe supposé horizontal de front.

## 10b Projection sur un plan variable

### Description de la fenêtre et de la commande

**La lecture du dessin 10b nécessite la lecture préalable du dessin 10a.**

En effet le dessin 10a montre la manière d'obtenir le « projeté » bleu d'un segment du plan frontal gris sur le plan variable bleu.

#### Fenêtre à l'ouverture

La fenêtre montre deux dessins synchronisés. La correspondance entre ces deux dessins est repérée à l'aide de deux traits gris.

- Dessin inférieur

Ce dessin correspond au dessin obtenu en 10a pour le basculement maximum (commande « basculement ») : vue de dessus de la configuration.

On peut considérer que cette vue est un dessin réalisé dans le plan horizontal contenant le point O. Ce plan horizontal contient la trace du plan gris qui porte les extrémités (points) des segments gris, de même longueur et régulièrement espacés.

La position dans l'espace du plan bleu est repérée sur le dessin.

- Dessin supérieur

Ce dessin représente l'ensemble des « projetés » sur le plan bleu des segments gris (cf. 10a).

#### Commande

La commande permet de faire varier les deux dessins de manière synchronisée.

- Lorsque la commande est à gauche (position initiale), le plan bleu est de biais et le dessin supérieur, dessin du rail, correspond à un dessin de type F, car la projection obtenue est assez proche du développement du cylindre.

- Lorsque la commande est à droite, le plan bleu est parallèle au plan frontal et le dessin supérieur, dessin du rail, correspond à un dessin de type I ; les images des traverses sont régulièrement espacées.

- Pour les positions intermédiaires de la commande, le dessin supérieur est un dessin proche du type I. Mais comme le dessin est limité cela se remarque seulement quand la commande arrive au tiers de sa course, environ, à partir de la gauche.

## **OA\_11**

### **Représentation de segments de même longueur, disposés selon une graduation du cercle**

#### ***Projection sur un plan variable***

Cette figure fait intervenir les mêmes éléments que les figures de la fiche précédente.

La seule différence porte sur la distribution des segments gris. Au lieu d'être régulièrement répartis sur le plan gris, ces segments sont disposés de sorte que, vus du point O, l'écart angulaire entre un segment et le suivant est toujours le même ( $5^\circ$ ).

Ce qui a été dit sur le dessin OA\_10b reste valable : le dessin du rail semble être de type F quand la commande est à gauche et de type I quand elle est à droite.

Mais la répartition des segments gris est telle que pour les dessins des segments bleus, l'écartement est plus important à gauche quand la commande est à gauche et plus important à droite quand la commande est à droite.

Le petit trait rouge marque la position frontière pour laquelle la répartition des segments bleus semble à peu près symétrique.