

EL TRABAJO MATEMÁTICO EN EL ANÁLISIS: UNA APROXIMACIÓN A LOS ETM EN FRANCIA Y CHILE

Alain Kuzniak, Elizabeth Montoya-Delgadillo, Laurent Vivier, Soledad Estrella

Universidad Paris Diderot y Pontificia Universidad Católica de Valparaíso;

alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr, emontoya@ucv.cl, laurent.vivier@univ-paris-diderot.fr, soledad.estrella@ucv.cl

Projet ECOS-CONICYT C13H03

Fundamento del Proyecto

El proyecto se interesa a la formación inicial y continua de los profesores de matemáticas en el dominio del análisis.

Nos preguntamos por la formación universitaria de los profesores del liceo si esta será suficiente para que puedan integrar en su enseñanza los principios del Análisis.

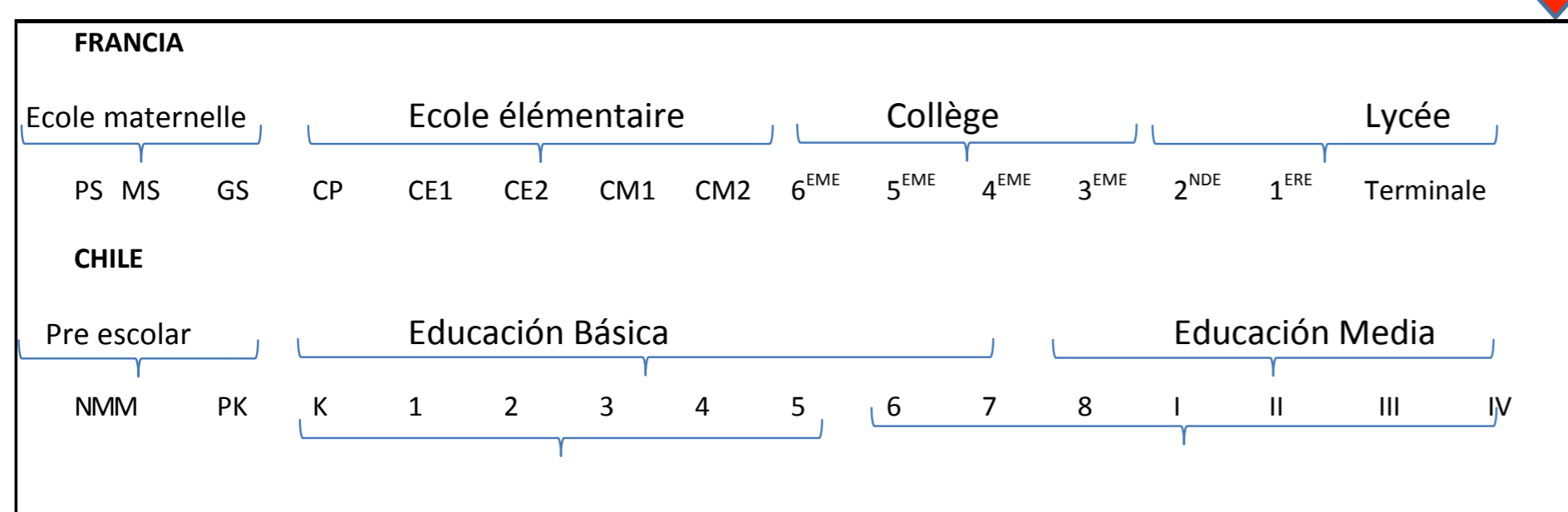
En la enseñanza, el profesor enfrenta más dificultades que en otros dominios:

- un discurso explicativo, méta-matemático,
- cambios de marcos y de registros.

Eso necesita conocimientos más profundos, un gran dominio conceptual, epistemológico y didáctico.

Comparaciones de programas y de curriculum

Baccalauréat: examen necesario para entrar a la universidad, diploma de los estudios secundarios.



Formación de los profesores de matemática : UNIVERSIDAD	
Francia	Chile
<ul style="list-style-type: none"> • Licenciatura de matemática (3 años) Cursos de matemática Una posible especialización en 3er • Master MEEF (2 años) Formación inicial (práctica profesional) <p>Concurso CAPES en Francia</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Licenciatura en educación (4,5 años) Cursos de matemática (común con la licenciatura de matemática) Una especialización que comienza en 2º año en la PUCV. <p>Prueba INICIA en Chile</p>

Prueba de Selección Universitaria (**PSU**): examen que **clasifica** para entrar a la universidad.

- En Chile, **derivada**, **integral** y **límites** no aparecen en los programas mínimos obligatorios; en "funciones y procesos infinitos" (especialidad matemáticas) el trabajo es esencialmente algebraico y gráfico.
- En Francia, **derivada**, **integral** y **límites** son temas importantes (40 % de la clase de Terminale S).
- Universidad, el trabajo sobre el Análisis en ambos países se uniforma rápidamente con contenidos similares?

Aproximación teórica

ETM DEL ANÁLISIS: REFERENCIA, IDÓNEO Y PARADIGMAS

El ETM de referencia del Análisis (ETM_A) es guiado por un paradigma global, el Análisis estándar con los tres paradigmas:

Análisis-Geométrico/Aritmético (AG) que permite interpretaciones nacidas de la geometría, del cálculo aritmético o del mundo real, probablemente, con muchos implícitos.

Análisis-Calculatorio (AC) donde las reglas de cálculo son definidas, más o menos explícitamente, y se aplican independientemente de la reflexión de la existencia y naturaleza de los objetos introducidos.

Análisis-Infinitesimal (AI) es caracterizado por un trabajo de aproximación: supremos e ínfimos, cotas, una entrada a trabajos de proximidad (o una entrada más topológica): "cerca de ϵ ", "lo despreciable".

Punto de vista

- Puntuales, Locales, Globales
- Discreto/continuo

Universidad Francia – Chile

- Evocación simple de teoremas y definiciones en el *Polo teórico*
- Influencia comunidad de los matemáticos



ETM_A de referencia ¿idéntico?

Referencias

- Kuzniak, A. (2011). L'Espace de Travail Mathématique et ses Genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9-24.
- Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 149-185.

EL TRABAJO MATEMÁTICO EN EL ANÁLISIS: UNA APROXIMACIÓN A LOS ETM EN FRANCIA Y CHILE¹

Soledad Estrella, Alain Kuzniak, Elizabeth Montoya-Delgadillo, Laurent Vivier

Universidad Paris Diderot, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso;
laurent.vivier@univ-paris-diderot.fr, alain.kuzniak@univ-paris-diderot.fr,
emontoya@ucv.cl, soledad.estrella@ucv.cl

ELEMENTOS INICIALES DE LA INVESTIGACIÓN

En Chile como en Francia los profesores del liceo se forman en la universidad. Ellos adquieren nociones de Análisis que tratan de recontextualizar en su enseñanza en el liceo. Esta formación, ¿será suficiente para que puedan integrar en su enseñanza los principios del Análisis?

En Chile el Análisis esta escasamente presente en el currículo escolar, mientras que en Francia, el currículo está orientado esencialmente en el Cálculo. La enseñanza no está únicamente guiada por la conceptualización ya mencionada y esto plantea más ampliamente la cuestión de la transposición de saberes que hay que enseñar.

Podemos pensar que con esta enseñanza se profundizan las dificultades para el profesor. Él debe, posiblemente más que en otros dominios, apoyar su enseñanza sobre un discurso explicativo, o meta-matemático, con los cambios de marcos y de registros para favorecer los aprendizajes. Pero ello demanda visiblemente conocimientos más profundos, supone por parte del profesor un gran manejo conceptual, epistemológico y didáctico, con el fin de poder organizar y controlar este discurso. Así es la formación profesional de los profesores de matemáticas tanto en su formación inicial como continua.

Después de una necesaria comparación de los contextos en Chile y en Francia, exponemos el marco del ETM que desarrollamos para el dominio del Análisis, ETM_A .

LOS CONTEXTOS DE ENSEÑANZA Y FORMACIÓN

Organización del currículum

En términos generales, los estudios secundarios finalizan en el grado 12 en ambos países (después de 8+4 años en dos instituciones en Chile y después de 5+4+3 años en tres instituciones en Francia). En el liceo, se distinguen diferentes orientaciones disciplinarias a partir del grado 11, con una especialidad científica en cada país. Existe en ambos países un examen al finalizar la secundaria: PSU en Chile, en forma de selección múltiple, que clasifica a los estudiantes para su entrada a la universidad y el bachillerato en Francia (sin selección múltiple), exigencia necesaria para poder ingresar a la universidad.

¹ Con el apoyo del proyecto ECOS-CONICYT C13H03 (2014-2016).

La formación de profesores de matemática tiene una duración de 4,5 años en Chile, y 5 años en Francia, y una especialización (separación progresiva de los estudios de matemáticas) que comienza en el segundo año en la PUCV y en el tercer año en París Diderot. En ambos países hay un concurso para los profesores, INICIA en Chile y CAPES en Francia, pero con diferencias, más aun, en Chile tendrá carácter obligatorio a partir del año 2015.

En cuanto a los programas, en Chile se contemplan contenidos mínimos y obligatorios a enseñar, mientras que en Francia el programa contempla exactamente los contenidos que se deben enseñar. En Chile el tiempo de enseñanza de las matemáticas puede variar entre 4 horas y 12 horas a la semana en los dos últimos niveles en el liceo (contando la especialidad matemática), mientras que en Francia se tienen 4 horas para la clase de *Première S*, y de 6 horas a 8 horas con especialidad en el *Terminale S*. Estos indicadores nos hacen pensar en potenciales desigualdades de carga horaria entre establecimientos chilenos. Sin embargo, en Francia existen desigualdades, posiblemente menos visibles, ya que están relacionadas a contextos socioeconómicos de los establecimientos escolares.

Los contenidos de Análisis en el liceo y en la universidad

Los programas de los liceos chilenos y franceses son muy diferentes. En Chile, no se contempla derivada, integral, ni límites en los programas (mínimos obligatorios), pero pueden ser temas tratados en algunos establecimientos. Mientras que en Francia son temas importantes de la enseñanza de las matemáticas para todos los establecimientos (cerca del 40% de la clase de Terminal S). En la especialidad matemáticas en Chile, existe el contenido "funciones y procesos infinitos" pero sin formalización exhaustiva en estos temas, el trabajo sobre las funciones es esencialmente algebraico y gráfico. En la universidad, en cambio, podemos pensar que el trabajo sobre el Análisis en ambos países se uniforma rápidamente con contenidos a enseñar muy similares o próximos.

ETM DEL ANÁLISIS: REFERENCIA, IDÓNEO Y PARADIGMAS

Paradigmas y puntos de vista

A pesar de una alternativa constituida por el Análisis no estándar, el ETM de referencia del Análisis (ETM_A) es guiado por un paradigma global, el Análisis estándar. Específicamente, interpretamos el trabajo matemático en el dominio del Análisis a través de tres paradigmas:

- Análisis-Geométrico/Aritmético (**AG**) que permite interpretaciones nacidas de la geometría, del cálculo aritmético o del mundo real, probablemente, con muchos implícitos.
- Análisis-Calculatorio (**AC**) donde las reglas de cálculo son definidas, más o menos explícitamente, y se aplican independientemente de la reflexión de la existencia y naturaleza de los objetos introducidos.

- Análisis-Infinitesimal (**AI**) es caracterizado por un trabajo de aproximación: supremos e ínfimos, cotas, una entrada a trabajos de proximidad (o una entrada más topológica): "cerca de ε ", "lo despreciable".

Estos paradigmas se complementan con visiones diferentes, que parecen intervenir en todas las componentes del ETM e influyen en los objetos matemáticos. Consideramos el punto de vista desarrollado por Vandebrouck (2011) que define para las funciones: puntuales, locales, globales, y que nosotros ampliamos para los números. Otro elemento considerado y que puede intervenir es lo discreto/continuo, cuestión identificada en el polo teórico y que juega un rol en la manera de concebir los objetos y el trabajo en el ETM_A .

ETM idóneo y de referencia en la universidad

Los contenidos de enseñanza de las universidades se presentan como una lista corta de nociones focalizadas sobre el polo teórico, en principio aparecen más *signos* en el programa francés. Esto nos muestra la importancia otorgada en la universidad a las matemáticas, y por los matemáticos. No hay por ejemplo gráficas, no se evocan artefactos², sino esencialmente definiciones y teoremas.

Esto no quiere decir que no se realice, de hecho, los profesores de universidad deben hacer gráficas, introducir los temas con diversidad de *signos*, esto implica que no se puede ver el ETM_A idóneo de la universidad solamente a partir de los contenidos en los programas. Sin embargo, es sorprendente ver que la simple evocación de teoremas y definiciones basta para saber lo que hay que enseñar. El poder contar con pocas variaciones de interpretación en un programa, es una fortaleza de las matemáticas, transmitida por la comunidad de los matemáticos. En consideración a lo anterior, el ETM_A de referencia sería idéntico entre Chile como en Francia.

TAREAS Y LA ACTIVACIÓN DE LAS GÉNESIS EN EL ETM

Hemos afirmado que las tareas y los tipos de tareas no son parte del Espacio de Trabajo Matemático, pero lo activan y permiten analizar las circulaciones que se pueden desplegar. Para aplicar una situación didáctica, e intencionar un aprendizaje en el ETM es necesario activar circulaciones entre las tres génesis, y es por ello que las tareas son centrales para comprender la dinámica de la conceptualización que realiza un sujeto. En este sentido, un análisis a priori de la tarea es esencial.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Kuzniak, A. (2011). L'Espace de Travail Mathématique et ses Genèses. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 16, 9-24.

Vandebrouck, F. (2011). Perspectives et domaines de travail pour l'étude des fonctions, *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, volume 16.

² Existe un curso de L1-S2 en la universidad Paris Diderot sobre cálculo formal.